Universidad Nacional de Rosario

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Cálculo III (LM-PM)

Primer Examen Parcial - 06/10/2016

Alumna/o: .... Carrera: LM - PM

1. Dada la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   a) Calcular, en caso que existan, la derivada direccional en $(0,0)$ según el vector $\bar{v} = (1,1)$, el vector $\bar{u} = (1,0)$ y el vector $\bar{w} = (0,1)$.
   b) Estudiar la continuidad y diferenciabilidad en $(0,0)$.

2. Una caja rectangular sin tapa, debe tener un área de superficie de $16m^2$. Hallar las dimensiones que maximicen su volumen.

3. Sea f un campo escalar continuo en un punto a interior a un conjunto S de $\mathbb{R}^n$, con $S \subseteq Dom(f)$. Si $f(a) \neq 0$, demostrar que existe una n-bola $B(a)$ en la que f tiene el mismo signo que $f(a)$.

4. Un cilindro cuya ecuación es $y = f(x)$ es tangente a la superficie $z^2 + 2xz + y = 0$ en todos los puntos comunes a las dos superficies. Hallar $f(x)$.

5. Hallar un campo escalar definido en $\mathbb{R}^2$ tal que $D_x f(0,0) = D_y f(0,0) = 0$ y $D_{(1,1)} f(0,0) = 3$. Bajo estas condiciones, ¿puede ser f diferenciable en el origen? Justificar la respuesta.

6. Analizar la veracidad de los siguientes enunciados, justificando adecuadamente en cada caso.

   a) Sean las funciones $f(x,y) = xy$ y
   $$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$
   Entonces, $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} (g \circ f)(x,y) = 1$.
   b) La función $f(x,y) = \sqrt{|xy|}$ es diferenciable en el origen.
   c) El campo escalar $h(x,y) = y^5 + e^{5x} - 5ye^x$, considerado en $\mathbb{R}^2$, tiene un único mínimo relativo pero no tiene mínimo absoluto.